

I 「1次方程式電卓」の開発経緯と理念

現在は、大阪芸術大学の教養課程の教員として、教員養成のための講座を担当しているが、大阪府立の高等学校や高等支援学校において教育活動に携わってきた。数学科の教員として数学の比較的苦手な層に対してスローラーナーの視点の早くから取り入れた授業を模索してきた。同時に、高校における支援教育の推進者として、ユニバーサルな数学教材を開発し蓄積してきた。「少数・分数の扱いができない」、「演算のルールや文字式の活用が定着しない」といわれていた生徒たちに、作業を通して高等学校の数学教材を開発し、教科内容の基本的な概念や原理・法則を理解できるように取り組んできた。知的なハンディのある生徒に限らず、式の操作が高校段階でも未定着な生徒が多いこともあり、授業外でもより簡易な方法で復習できるやり方はないかと試行錯誤を繰り返している。

2年前の高等学校での勤務しているときに、PowerPoint という汎用性の高いプラットフォームを使うことで、生徒たちにより身近なスマートフォンで手軽に「1次方程式」の式の変形の操作やその意味が作業を繰り返す中で理解できる教材を開発し、その教材を使った授業実践を行った。本研究の成果を踏まえ、「1次方程式」だけでなく、中学校での「文字式」「因数分解」等の単元の導入できる教材を複数開発していくモデルとしていくことが大きな目的である。

○「1次方程式電卓」の開発理念について

方程式の変形が、文字や数字の操作として教えられるが、苦手感の強い生徒はその操作の意味が十分理解できていない。高校現場で生徒たちの実態を検証すると、数式に操作による解き方が「暗記」的に定着していることがあげられる。意味付けの弱さゆえに、新しい単元の別の操作と重なると混乱しミスが多くなり問題が解けないという結果になってしまうと分析をしている。

少数や分数の係数の入った計算に入る前に、具体的な事象と十分に結びつけながら両辺から「同じ数を引いてよい」とか「同じ数で割ってもよい」等の等式の基本性質を、繰り返して操作することで理解と定着を図る。すなわち、抽象的な文字と数字の「文字式」を、常に「箱」と「コマ」という形にして置き換えて捉えることでその意味を視覚化することがこのソフトの目的である。そのため「練習用の電卓」では、操作パネルに自ら「箱」と「コマ」を並べる行為とそれに呼応して「方程式」が変化するように仕掛けを作った。画面の2つの視覚情報統合し、代数の基礎的な理解を図ろうという意図があった。

そもそもプラットフォームとして PowerPoint を使用したのは以下のメリットが目的に合致していたからである。

○PowerPoint を活用するメリット

- ・特別なソフトをダウンロードする必要なく、タブレットやスマートフォンで活用できる。
- ・タッチ操作によって画面を見ながら計算の操作ができる。
- ・生徒に合わせた改良が容易にできること。

さらに教材を広く公開し多くの学生に、インターネットや SNS で容易に手元に置き活用してもらいやすいこと、PowerPoint を使用した教材の教員や研究者のコミュニティがすでに複数あり、相互交流による共同開発など発展性も期待できることも大きな強みである。

II 実施方法と手順

ユニバーサルな数学教材「1次方程式電卓」を活用しての数学の自律的な学習の可能性を探ることを主眼とし、実際に生徒に使用してもらいながらソフトを改良しより有効な活用方法に近づけていった。

現在の対象者は、2年前の勤務校の「共生推進教室（療育手帳所持）」の生徒である。試作品の段階から生徒たちに操作してもらい、改良を加えてカウンターを加えたものやいくつかのバージョンを精査し、実際の授業展開の中でこの効果を確認しソフトの改良につなげることにした。

1. 「1次方程式電卓」の基本的な機能と操作方法

このソフト自身は問題を提供する機能は付与されていない。問題自体は、教科書や問題集で出題された1次方程式を箱とコマに自ら置き換えることで、操作的に等式を変形し答えを導くものである。ただし、答えは整数で $-10 \leq x \leq 10$ の範囲で x の係数も 1,2,3,4 と限定的であるため、提供する側が対応したプリント（資料1）を作成し、取り組むことが必要である。

基本操作は、画面で対象の個所をクリックすることで進めていくことができる。「使い方」は別のスライドに用意しているが、数回指導してもらえば、容易に操作が理解できるような設計にしている。

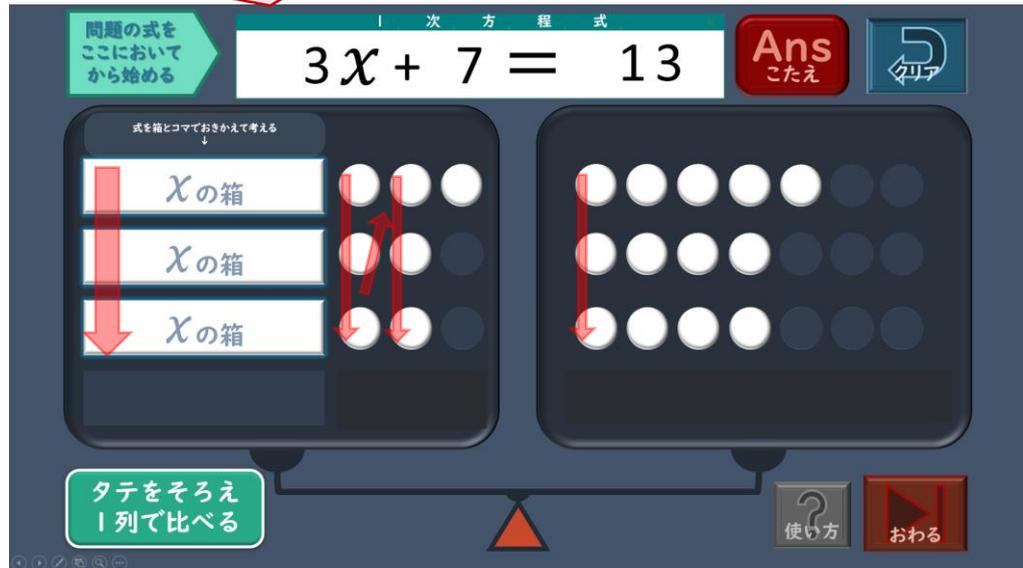
(1) プラスの項ばかりの計算について 例： $3x + 7 = 13$ の場合

① 方程式から「箱とコマ」への置き換え

- ・上段の枠内に、解くべき一次方程式を使用者がおく操作をする。
枠内の対応する場所をクリックするたびに数字が変わるように
- ・左辺の x の項から天秤の左の皿に「 x の箱」に置き換えていく
- ・「 x の箱」に合わせてコマの部分も上から順に可能になる。
- ・コマは、「左の皿からタテに並べるように」と指示をする。

誤入力を防ぐため $3x$ の場合 4 段目にはコマを入力できないように設定してある。

ここに式を手動で置く(カウンターが連動して式が変わるバージョンもある)



② 両辺のタテがそろっていないコマを消去する。

・はみ出したコマはこの時点で左右の皿から1つずつ取り除く

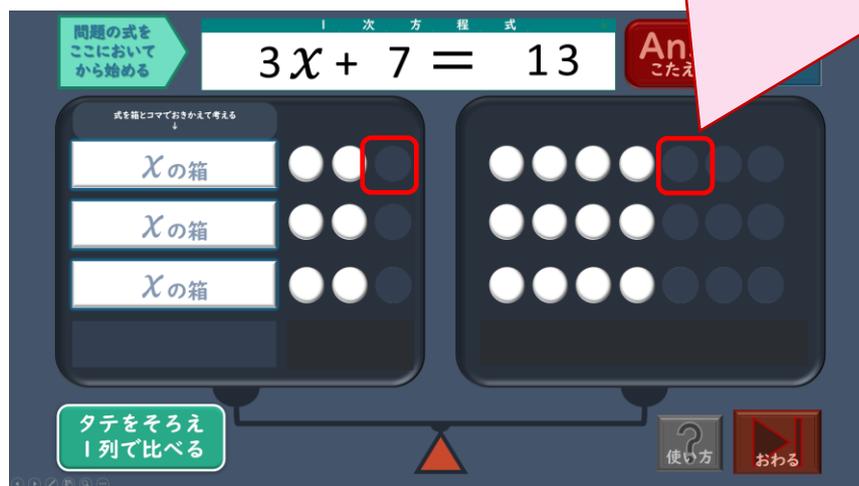
(両辺からそろっていないコマを引く操作で、同符号の場合左右でその数は一致)

$$\left[3x + 7 - 1 = 13 - 1 \right] \rightarrow \left[3x + 6 = 12 \right]$$

・タテに「xの箱」と「コマ」が整列していることを確認して次の操作に移る。

この時に途中式「 $3x + 6 = 12$ 」を書き込む作業をプリントの問題文に書く操作をおこなう。

左辺のそろっていない列のコマを消し、同時にこちらのコマも消しバランスをとる



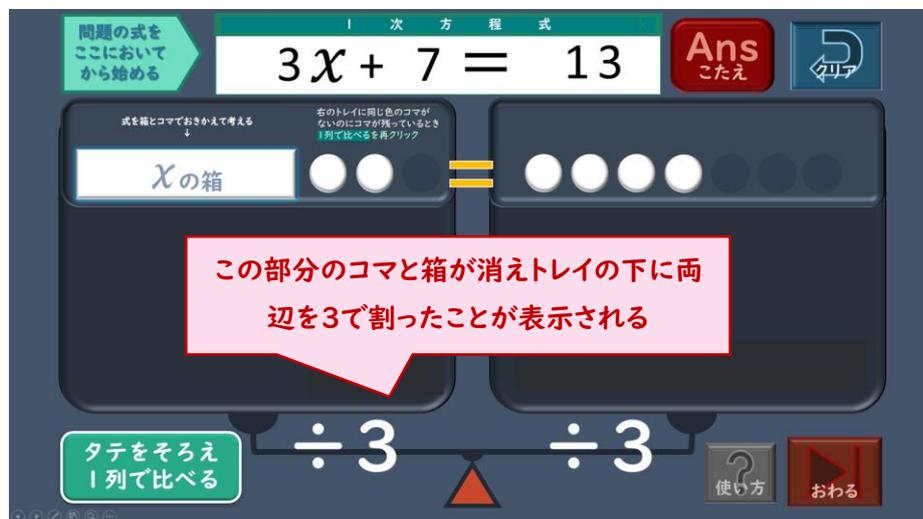
★普通にはない手順だが、この方が生徒は操作しやすいことから採用した。

ソフト自体は、両辺から7を引いて「 $x + 2 = 4$ 」にする方法にも対応しているが、実際に使用してもらう中で、列をそろえることを優先する上記の操作の方が、直観的で理解しやすいということに気づかされた。

③ 1列だけを取り出して比較する

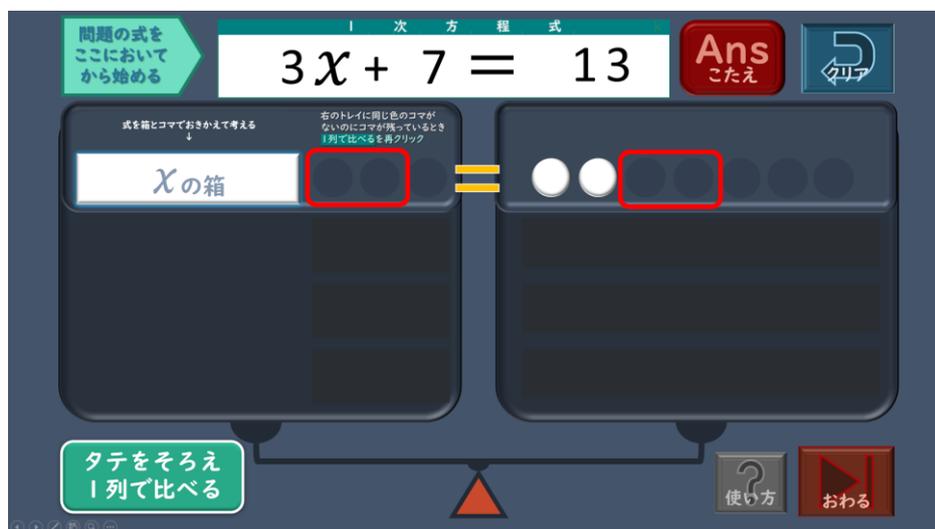
- ・「タテをそろえ1列で比べる」の操作ボタンをクリックして上段以外の箱とコマをマスキングする。(両辺を3で割る操作だが、すぐに式と結びつけるのではなく同じような操作を繰り返す中で結び付けていく)

この時点での1列の皿の箱とコマの表す「 $x + 2 = 4$ 」をプリント等に記入する。



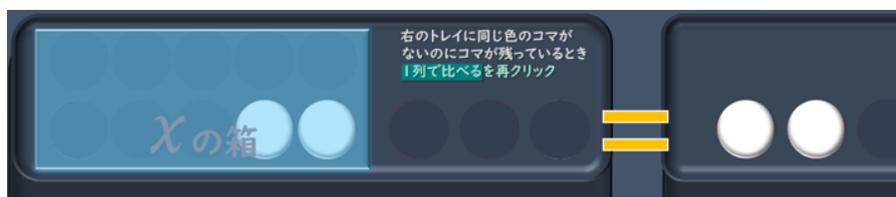
④ 左の皿を「xの箱」にし答にたどり着く

- ・左辺を「xの箱」だけにするために、再度両辺から同じだけコマを消す。
- ・求める箱の中身がコマ2個であるから式として、答え「 $x = 2$ 」をプリント等に記入する。



⑤ 「Ans こたえ」ボタンで答えの確認

- ・「Ans こたえ」ボタンをクリックすると「xの箱」の中が透けて見え確認ができる。



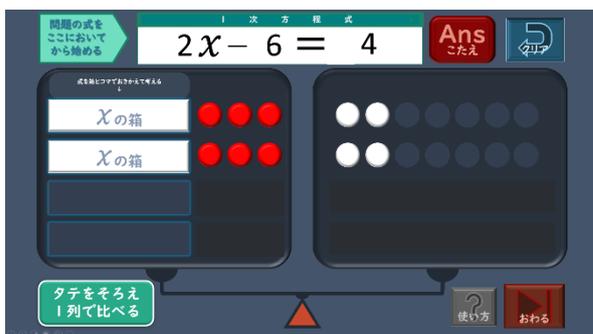
(2) マイナスの項を含む操作 例: $2x - 6 = 4$ の場合

マイナスの項を含む操作では、赤いコマの説明が最初に必要である。

「赤いコマは、 -1 を表す」こと「 と  はペアで消える」というルールを確認する。

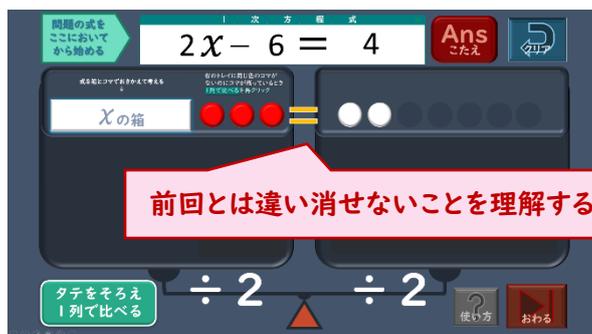
① マイナスは赤いコマで置き換える。

コマは無地→白コマ→無地→赤コマの順でループし、クリックするたびに変わる。



② (1)と同様に列がそろっていれば1列にする。

今回は違う色のコマなので、そのままでは左のトレイの赤コマが消えない。



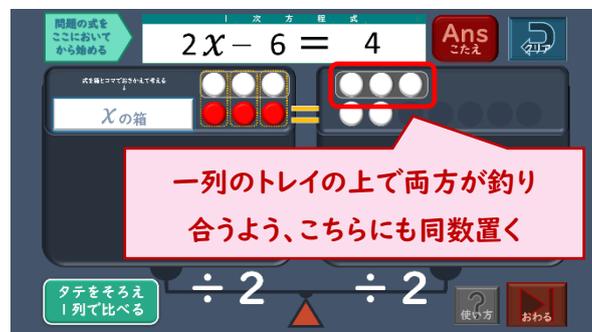
③ この場合、もう一度「一列」ボタンをクリックすると小さな小皿が両辺にでる。

左の3つの赤を消すにはどうすればいいか考え、白コマをおけば相殺して消えることを理解できるよう促す。



④ 右の小皿にも白コマを同数おいたことを確認する。

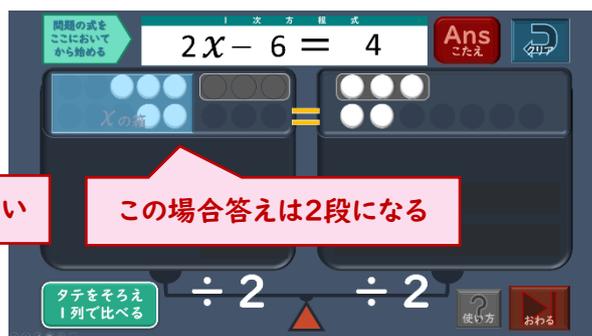
「 $x - 3 + (+3) = 4 + (+3)$ 」という操作であることの理解につなげる。



⑤ ペアになった白と赤のコマを順に消していく
右辺の方は、同じ色のコマなので消えない
この意味もつり合い等で説明する。



⑥ こたえのボタンで操作結果を確認する。
式の答「 $x = 5$ 」を記入して終了。



★スペースと両辺に加減する操作を上段に設けているので、答えは2段で表すことになる。

2. 授業展開

対象 : 信太高等学校の共生推進教室の2年生の生徒3名

実施形態 : 数学の小グループ授業での実施 (2019年10月第2週と3週の3時間)

準備物 : プロジェクター・・・デモンストレーションや画面を見ながら生徒の操作を確認する。

タブレット端末・・・生徒分3台 PowerPoint がインストールされたもので

「1次方程式電卓練習用」のスライドショーファイルをフォルダーに保存し操作画面にショートカットアイコンを置いたもの
出題用プリント・・・正の項のみの簡単な操作から、負の項の混ざった少しむづかしいものまで段階的なもの2枚 (電卓の制約上、答えが整数値で絶対値が10以下かつ左辺の1列が3コマ・右辺の1列が7コマの問題に絞る)

< 1時間目 >

本時の目標 : 最初は、プレゼン用の「1次方程式電卓練習用」のソフトで、問題の式を箱とコマに置き換える操作に慣れること。特に、コマを縦一列にそろえて並べる作業を行えるようにすること。

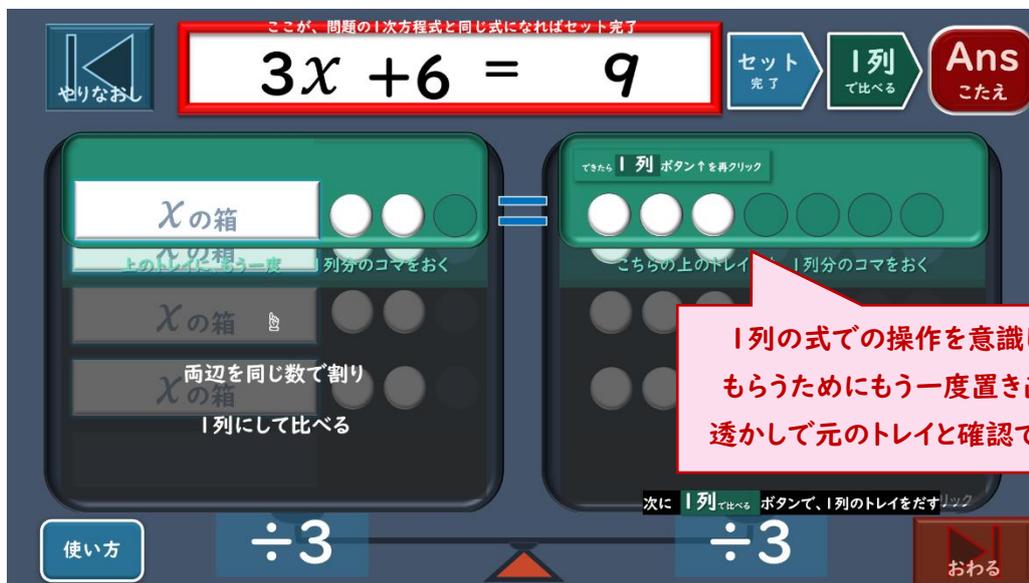
操作をプロジェクターで確認しながら、問題を解く手順を習得すること。

展開 : 練習用の電卓にはカウンターがついている。箱とコマをクリックするたびにカウントされるので式との対応が直感的に理解できることが練習用のメリットである。この段階では、黒板に教員が方程式を書いて生徒の活動は電卓で操作的に答えを求めることを繰り返し行い、一連の操作の定着を図った。



< 練習用の1次方程式電卓の操作画面 1 >

1列の式で操作するために1列用のトレイを出し、もう一度下の透かしを参考に1列の式をおき直す。



<練習用の1次方程式電卓の操作画面2>

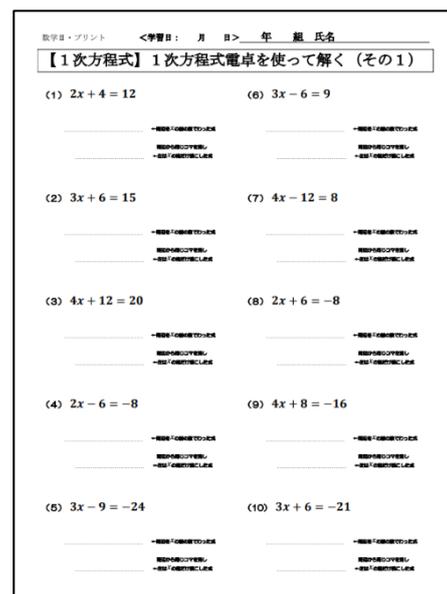
以下の操作は先に示した電卓と同じで、手元のタブレットとプロジェクターの画面で確認しながらデモを含め5問程度の計算を3人で協力しながら楽しく学習できた。

<2時間目>

本時の目標： 練習用から「1次方程式電卓」に切り替え、再び操作の復習をする。

電卓の操作の途中経過を「箱とコマ」の並びを見ながら式におき直す作業に慣れること

展開： 右のようなプリントを用意し、電卓を使い解いていく。本時は、カウンターのない電卓なので出題の1次方程式の数字のコマの置き間違いがないように留意した。教員もプロジェクターで操作の手本を示しながら1問ずつ解き進めた。



以下のように対比しながら、途中式と答えの記入をし、操作と文字式の関係を理解できるように促した。

(1) $2x + 4 = 12$

$x + 2 = 6$

←両辺をxの前の数でわった式

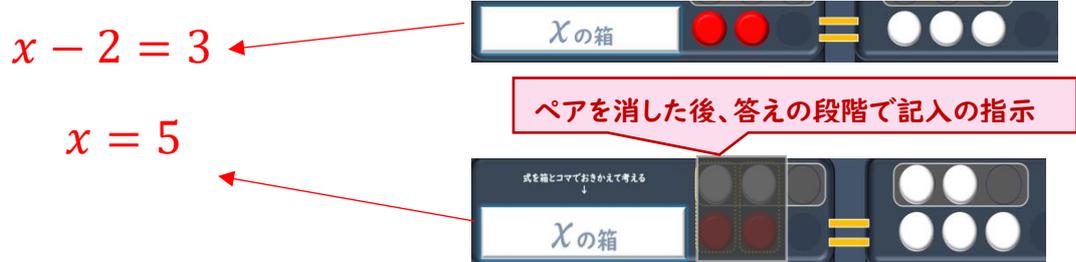
$x = 4$

両辺から同じコマを消し
←左はxの箱だけ残した式



(6) $3x - 6 = 9$

←両辺をxの前の数でわった式



左右に同じ色のコマがない場合の両辺に白コマ2つずつ置く「+2」の途中式の記入はあえてしなかった。作業の数を多くしない配慮と、操作と式が繰り返す中で定着した段階で2つの式を眺めて、間の操作を数式で表すとどうなるかを考察してもらう意図があったからである。

足並みをそろえながら、進めていったので(8)までで1時間を終えた。

< 3時間目 >

本時の目標： 前回の復習と列をそろえる手間の入る(その2)問題へ挑戦すること。

両辺の列をそろえたり、1列にする操作、左辺のコマを消す操作など、両辺に行う操作を数式で表すことを考察すること。

展開： 前回の復習で、残りの2問を計算し、問題の列をそろえる手順は、1問ずつプロジェクターで手本を先に示しながら進めた。手順が一つ増え分その後も、ゆっくりと進めた。

数学Ⅰ プリント <学習日> 月 日 > 年 組 氏名	
【1次方程式】1次方程式電卓を使って解く(その2)	
(1) $2x + 7 = 13$	(5) $3x + 8 = -7$
.....
(2) $3x + 8 = 20$	(6) $3x + 4 = -8$
.....
(3) $4x - 9 = -13$	(7) $2x - 5 = 7$
.....
(4) $2x - 5 = -9$	(8) $4x - 7 = 5$
.....

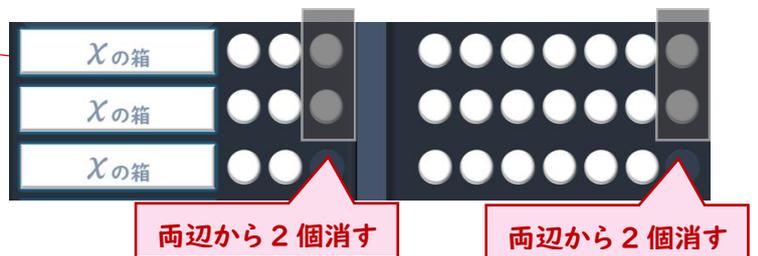
(2) $3x + 8 = 20$

$$\begin{array}{r} 3x + 6 = 18 \\ \hline x + 2 = 6 \\ \hline x = 4 \end{array}$$

最後の列に両辺同じコマを
→足し・引き・し列をそろえる

→両辺をxの前の数でわった式

両辺から同じコマを消し
→左はxの箱だけ残した式



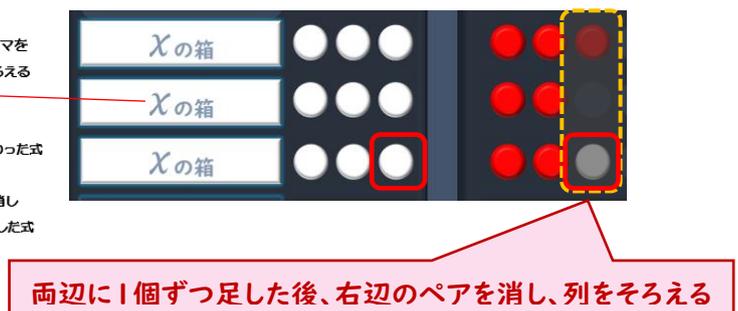
(5) $3x + 8 = -7$

$$\begin{array}{r} 3x + 9 = -6 \\ \hline x + 3 = -2 \\ \hline x = -5 \end{array}$$

最後の列に両辺同じコマを
→足し・引き・し列をそろえる

→両辺をxの前の数でわった式

両辺から同じコマを消し
→左はxの箱だけ残した式



(6) まで進み残り 10 分だったので、振り返りの時間をとった。
 プロジェクターで操作を振り返りながら、両辺から引いたり割ったりする動作を数式で表すとどうなるかを 3 人で考察し、式での操作を式の下部に記入した。

$$(2) \quad 3x + 8 = 20$$

$$\begin{array}{l} 3x + 6 = 18 \quad \begin{array}{l} \text{最後の列に両辺同じコマを} \\ \text{足し・引き・し列をそろえる} \end{array} \\ \hline x + 2 = 6 \quad \begin{array}{l} \text{→両辺を}x\text{の前の数でわった式} \end{array} \\ \hline x = 4 \quad \begin{array}{l} \text{両辺から同じコマを消し} \\ \text{→左は}x\text{の箱だけ残こした式} \end{array} \end{array}$$

$$(5) \quad 3x + 8 = -7$$

$$\begin{array}{l} 3x + 9 = -6 \quad \begin{array}{l} \text{最後の列に両辺同じコマを} \\ \text{→足し・引き・し列をそろえる} \end{array} \\ \hline x + 3 = -2 \quad \begin{array}{l} \text{→両辺を}x\text{の前の数でわった式} \end{array} \\ \hline x = -5 \quad \begin{array}{l} \text{両辺から同じコマを消し} \\ \text{→左は}x\text{の箱だけ残こした式} \end{array} \end{array}$$

生徒たちの反応も良く、誤操作もすぐフィードバックできたので定着もよかった。

III 考察

今回の対象者は、開発の段階からソフトを操作していたので、授業の中での活用にもスムーズに入れた。生徒たちも完成品を期待してくれており、授業展開の中でも楽しく操作をしてくれた。作成者は、コマを式に合わせて間違わずに並べることが、この教材の重要なポイントであると考えていたので、当初は、コマを数えるカウンターは、配置していなかった。しかし、ソフトの意図が最初から理解できているわけではないので、誤動作が多くそれを訂正する回数が少なくなるような工夫をせまられた。結果、カウンター付きとそうでないものを二通り作ることにした。前者は式を「箱とコマ」を並べる練習用や操作を説明するプレゼンテーションの活用に適するように改良した。カウンターが付いたことで、クリックするたびに自動で式の値が変化することに、生徒たちも驚いたようであった。何よりランダムにコマを開いても正確に数字が変わること、白のコマを消したり赤のコマを開くとカウンターが一つ戻ることなどが面白かったようで、何度もクリックして多くのコマを出し入れてソフトの反応を楽しんでくれた。導入には問題を提供して解いていく前に、こういったソフトで「遊ぶ」体験が重要であるとする。

このフィードバックを受け、さらに「さわりながら操作も覚える」という方向にソフトを改良した。

- ① 4xまで対応しているため、3xまでの式であると4段目までコマを並べてしまうことなどがあったので「xの箱」を並べないとその段のコマが並べられないように「マスキング」するようにしたこと。
- ② 「1列で比べる」操作の時に、練習用では「1列トレイ」にもう一度並べ直してもらおうことで、元の式の左右の天秤のつり合いが、2～4分の1にしても保たれていることを理解してもらおうと意図したが、元の式を並べたトレイの1段目から「1列トレイ」を少しずらし、その下に半透明でマスキングして並べた「箱とコマ」を残すことで、移行がスムーズに行えるようにしたこと。
- ③ 答えの確認のときに、「xの箱」を「フェード」で消していたが、半透明にして箱の影を残すことで、箱の中に右辺と同数のコマが入っていること、すなわち「x」が不明な数字の代わりをしていることに気づいてもらいやすくしたこと。
- ④ 左辺のコマを消すために、両辺に同数おくことを意識してもらうために1列のトレイにさら

に小さな「小皿」をおいたこと。

- ⑤ さらに左辺のコマを消すには、逆の色のペアを置く操作が必要で、ペアを意識してもらうために、黄色い点線で上下のペアを囲むようにしたこと。
などである。

ソフトを使用しての授業展開も今回は、開発から協力してくれていた生徒たちなので効果的に進めることができた。今後さらに操作性を向上させたい。そのためのソフト面の課題としては、PowerPointは多くのメリットがあるが、逆にその制約もありなかなか思うように機能を追加することができなかった。PowerPointの構造理解やVBA等の活用も今後検討したい。

<注釈>

付属の「1次方程式電卓」「1次方程式電卓カウンター付き」は、この時の課題を踏まえて大幅に改良したバージョンになります。使用はほぼ同じです。

謝 辞

本論文を作成するにあたり、ソフト開発のヒントとPowerPointの活用法を指導して下さったマイクロソフトMVPの稲葉通太先生（大阪府立堺聴覚支援学校）、試作のデモに協力してくれた信太高校共生推進教室の生徒たちに深く感謝申し上げます。